

Megoldott feladatok

4. HALMAZOK ELEMSZÁMA, LOGIKAI SZITA

Az A halmaz elemszámának jele: $|A|$.

Például: $A = \{ \text{kétjegyű négyzetszámok} \}$, $|A| = 6$.


Például: $B = \{ \text{sakkjátszma kezdetekor a táblán lévő bábuk} \}$,
 $|B| = 32$.



1. példa

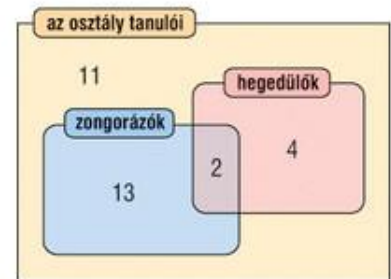
Egy 30 fős osztályban tizenötten tanulnak zongorázni, hatan hegedülni, és ketten zongorázni és hegedülni is. Hányan vannak az osztályban, akik se zongorázni, se hegedülni nem tanulnak?

1. megoldás

Készítsünk Venn -diagramot, és írjuk be a megfelelő részekbe, hogy hányan tartoznak abba a részbe. (26. ábra)

A zongorázók és hegedülők metszetébe 2-t írunk. Mivel a 15 zongorázó közül 2 hegedül is, $15 - 2 = 13$ gyerek zongorázik, de nem hegedül. A 6 hegedűs közül 2 zongorázik is, így $6 - 2 = 4$ gyerek hegedül, de nem zongorázik. Azoknak a száma, akik nem zongoráznak és nem hegedülnek:

$$30 - [(15 - 2) + (6 - 2) + 2] = 30 - 19 = 11.$$



26. ábra

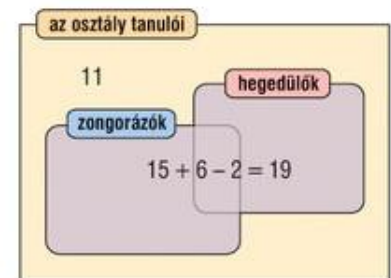
2. megoldás

Ha a zongorázók és hegedülők számát összeadjuk, kétszer számoltuk azokat, akik mindkét hangszeren tanulnak, így ezek számát egyszer le kell vonni. Tehát azok száma, akik zongoráznak vagy hegedülnek: $15 + 6 - 2 = 19$, így se hegedűn se zongorán $30 - 19 = 11$ -en nem játszanak az osztályban.

Vezessük be a következő jelöléseket: legyen az osztály tanulóinak halmaza: U ; a zongorázók halmaza: A ; a hegedülők halmaza: B . (27. ábra)

Ezekkel a jelekkel a fenti megoldás:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \text{ és } |\overline{A \cup B}| = |U| - |A \cup B|. \quad (1)$$



27. ábra

2. példa

Egy felmérés során 100 embert megkérdeztek, hogy milyen forrásból szerzik a híreket. A következő eredmény született: tévéből: 65; rádióból: 39; újságból: 38; tévéből és rádióból: 27; tévéből és újságból: 20; rádióból és újságból: 9; tévéből, rádióból és újságból: 6.

Hányan nem szerzik a híreket egyik forrásból sem? Hányan vannak, akik csupán egy forrásból szerzik a híreket a három közül?

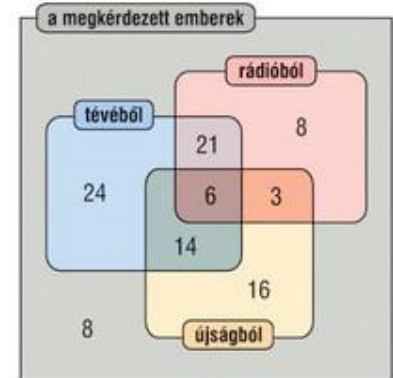
1. megoldás

Készítsünk Venn-diagramot, és írjuk be a megfelelő részekbe, hogy hányan tartoznak oda. (28. ábra)

- **1. lépés:** Először a három halmaz metszetébe írjuk be a 6 -t.
- **2. lépés:** Ezután beírjuk azokat, akik a tévéből és a rádióból, de az újságból nem szerzik a híreket, ezek száma $27 - 6 = 21$. Ezután beírjuk azokat, akik a tévéből és az újságból, de a rádióból nem szerzik a híreket, ezek száma $20 - 6 = 14$. Ezután beírjuk azokat, akik a rádióból és az újságból, de a tévéből nem szerzik a híreket, ezek száma $9 - 6 = 3$.
- **3. lépés:** Most már kiszámolhatjuk, hogy hányan szerzik a híreket
csak a tévéből: $65 - 21 - 6 - 14 = 24$,
csak az újságból: $39 - 14 - 6 - 3 = 16$,
csak a rádióból: $38 - 21 - 6 - 3 = 8$.

Tehát csak egy forrásból $24 + 16 + 8 = 48$ megkérdezett szerzi a híreket.

- **4. lépés:** A három közül legalább egy forrásból
 $24 + 8 + 16 + 14 + 21 + 3 + 6 = 92$ ember szerzi a híreket,
tehát egyik forrásból sem: $100 - 92 = 8$ ember.



28. ábra

2. megoldás

Jelölje U a megkérdezettek halmazát, A a tévéből, B a rádióból, C az újságból híreket szerzők halmazát. (29. ábra)

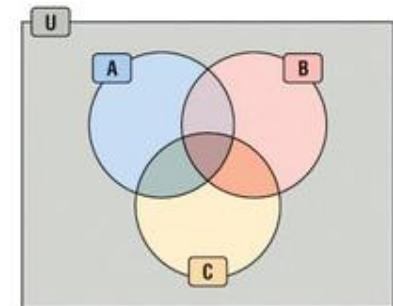
Először azt számoljuk ki, hogy hányan szereznek híreket a három forrás közül legalább egyből: Ha összeadjuk a tévéből, rádióból, újságból híreket szerzők számát $65 + 38 + 39$, akkor kétszer számoltuk azokat, akik a tévéből is és a rádióból is, a tévéből is és az újságból is, a rádióból és az újságból is szerzik a híreket, így ezek számát le kell vonni:

$65 + 38 + 39 - 27 - 20 - 9$. Ekkor azokat, akik mindhárom forrásból szerzik a híreket, háromszor hozzáadtuk, de háromszor le is vontuk, így egyszer hozzá kell adni, tehát a három forrás közül legalább egyből:

$65 + 38 + 39 - 27 - 20 - 9 + 6 = 92$ ember szerzi a híreket.

Ezt a gondolatmenetet a halmazok jelölésével leírva:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|. \quad (2)$$



29. ábra

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|. \quad (2)$$

Egyik forrásból sem szerez híreket: $100 - 92 = 8$ ember, ezt halmazokkal leírva:

$$\begin{aligned} |\overline{A \cup B \cup C}| &= |U| - |A \cup B \cup C| = \\ &= |U| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|. \end{aligned}$$

Most azt keressük, hányan szerzik a híreket csak a tévéből. Összesen 65-en szerzik a tévéből, de ebből le kell vonni azokat, akik a tévéből és az újságból is, és azokat, akik a tévéből és a rádióból is szerzik a híreket: $65 - 20 - 27$. De ekkor kétszer vontuk le azokat, akik mindhárom forrásból szerzik a híreket, így ezek számát egyszer hozzá kell adni, tehát csak a tévéből szerez híreket $65 - 20 - 27 + 6 = 24$ ember.

Halmazok jelölésével leírva:

$$|A \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |A| - |A \cap B| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

Hasonlóképpen csak a rádióból: $38 - 27 - 9 + 6 = 8$,

$$|\bar{A} \cap B \cap \bar{C}| = |B| - |A \cap B| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

Csak az újságból: $39 - 20 - 9 + 6 = 16$,

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap C| = |C| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

Tehát csak egy forrásból $24 + 16 + 8 = 48$ megkérdezett szerzi a híreket.

Az (1) és (2) egyenletekkel jelzett összefüggéseket **logikai szitának** nevezzük.

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \text{ és } |\overline{A \cup B}| = |U| - |A \cup B| \quad (1)$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \quad (2)$$



logikai szita

3. Példa.

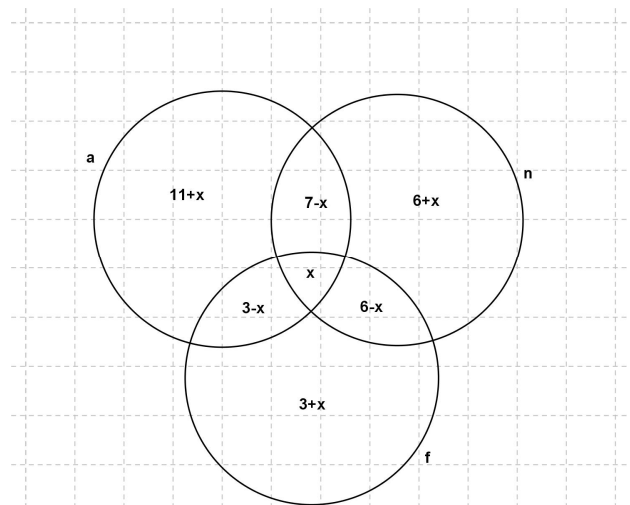
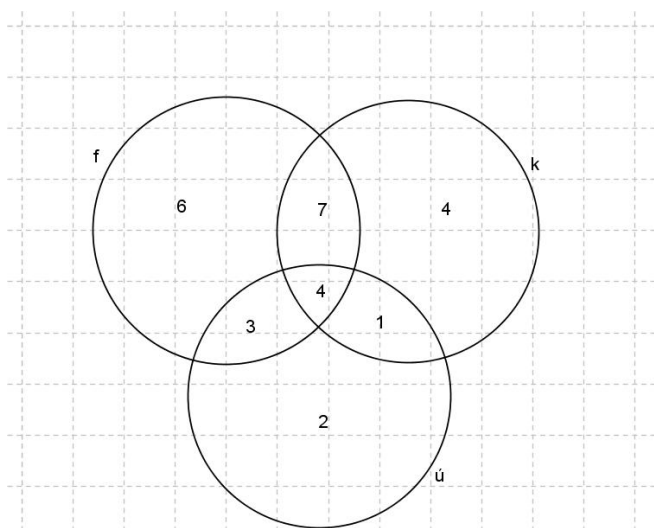
Egy osztályban 30 tanuló van. Ezek háromféle sportkörre járnak: futballozni, kosarazni és úszni. 20 tanuló futballozik, 16 tanuló kosarazik, 10 tanuló úszik, 11-en futballoznak és kosaraznak, 7 tanuló futballozik és úszik, 5 tanuló kosarazik és úszik, 4 tanuló mindhárom tevékenységen részt vesz. Hány tanuló nem jár egyetlen sportkörre sem?

Megoldás

A halmazdiagrammot „belülről kifelé” haladva kell kitölteni a feladat adatainak megfelelően, aztán számolunk:

$$(6 + 4 + 2) + (7 + 1 + 3) + 4 = 27, 30 - 27 = 3$$

Tehát van 3 tanuló, aki nem vett részt semmilyen sporttevékenységen.



4. Példa:

Egy 38-as létszámú nagyobb közösségben mindenki jár valamilyen nyelvórára. Angolra 21-en, németre 19-en, franciára 12-en. 7-en járnak angolra is és németre is, 6-on németre és franciára, 3-an pedig angolra és franciára. Hányan vannak akik mind a három nyelvet tanulják?

Megoldás

Kitöltjük a halmazábrát.

Az ismeretlen középső mezőben levők száma legyen x.

Ilyenformán a csak a és n = 7-x, a csak n és f = 6-x, csak a és f = 3-x.

A csak angol: 21-7-(3-x) = 11+x.

A csak német: 19-7-(6-x) = 6+x

A csak francia: 12-6-(3-x) = 3+x

Ezeket rendre összeadva meg kell kapnunk

az összlétszámot: $(11 + x) + (6 + x) + (3 + x) + (7 - x) + (3 - x) + (6 - x) + x = 38$

Tehát $36 + x = 38$, $x = 2$.

Ketten tanulják mindhárom nyelvet.

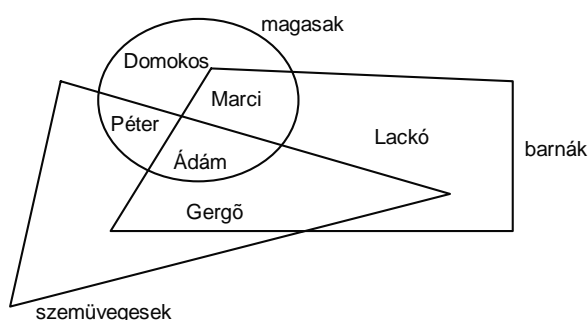
5. példa: Hat barátról a következőket tudjuk: Péter magas, szőke, szemüveges; Ádám magas, barna, szemüveges; Gergő alacsony, barna, szemüveges; Lackó közepes magasságú, barna és nem szemüveges; Marci magas, barna, nem szemüveges; Domokos magas, fekete, nem szemüveges. Jól meghatározott jellemző tulajdonságok alapján sorold a hat személyt 3 halmazba, és ábrázold is Venn–Euler-diagrammal! A hat barátról a következőket hallottam:

1. A magas barnák között nincs szemüveges.

2. A szemüvegesek mind barnák vagy magasak.

Melyik állítás igaz, és melyik hamis?

Megoldás:

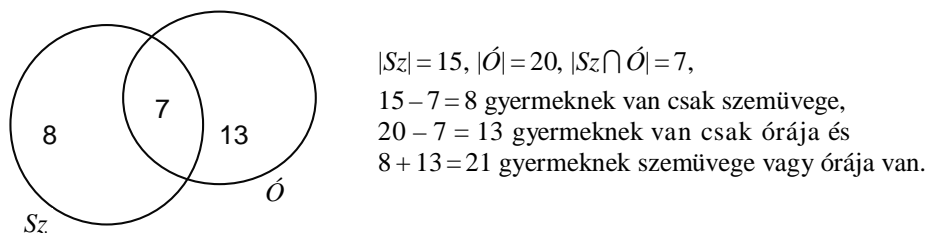


1. Ádám magas, barna, szemüveges.

2. Igaz állítás.

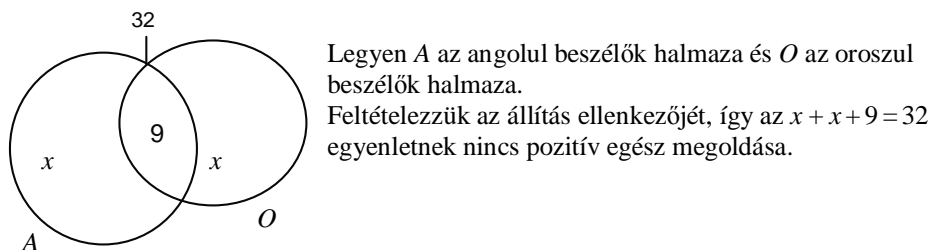
6. példa: Egy osztály tanulói között 15 gyermeknek van szemüvege és 20 gyermeknek van órája. A szemüveges tanulók között azonban csak 7-nek van órája is. Hány olyan tanuló van az osztályban, akinek szemüvege vagy órája van?

Megoldás:



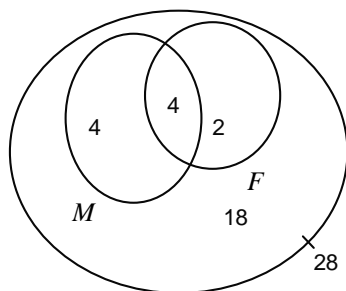
7. példa: Egy osztály létszáma 32. Az osztályban angolul és oroszul tanulnak, és mindenki tanulja a két nyelv valamelyikét. Mindkét nyelvet 9-en tanulják. Bizonyítsuk be, hogy az angolul és az oroszul tanuló tanulók száma nem lehet egyenlő!

Megoldás:



8. példa: Egy osztály 28 tanulója közül 8-an felvételiznek matematikából, 6-an fizikából, 4 tanuló matematikából is és fizikából is. Hányan nem felvételiznek az egyik említett tantárgyból sem?

Megoldás:



Legyen M a matematikából vizsgázók halmaza és F a fizikából vizsgázók halmaza.

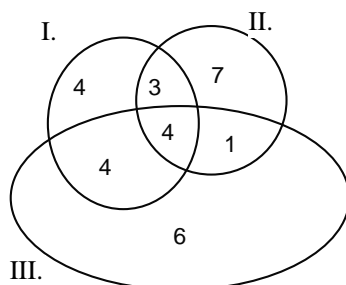
$8 - 4 = 4$, ezt írjuk az $M - (M \cap F)$ helyre, $6 - 4 = 2$, ezt

írjuk az $F - (M \cap F)$ helyre.

Tehát $28 - (4 + 2) = 22$ tanuló nem felvételizik sem fizikából, sem matematikából.

9. példa: Valamely osztály tanulói három kirándulást szerveztek. Mindegyik kiránduláson 15-15 tanuló vett részt. Az első kirándulás résztvevői közül 7-en jelen voltak a második, 8-an a harmadik kiránduláson. A második kirándulás 5 résztvevője ment el a harmadik kirándulásra is. Négy olyan tanuló volt, aki mindhárom kiránduláson részt vett. Hány tanuló volt legalább egy kiránduláson?

Megoldás:



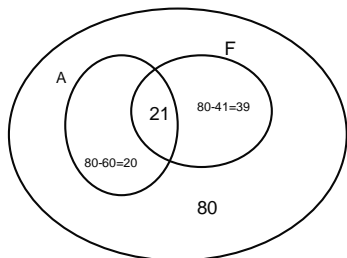
Jelölje rendre I., II., III. az első, a második, illetve a harmadik kiránduláson résztvevő tanulók halmazát. A megfelelő tartományokat belülről kifelé haladva töltjük ki.

Tehát $4 + 4 + 4 + 3 + 1 + 7 + 6 = 29$ tanuló volt legalább egy kiránduláson.

10. példa: Egy 80 tanulóval álló tanulócsoport minden tagja ismer legalább egyet a francia és az angol nyelv közül. Franciául 41, angolul pedig 60 tanuló tud.

- Hány tanuló tud csak angolul?
- Hány tanuló tud csak franciául?
- Hány tanuló ismeri mindkét nyelvet?

Megoldás:

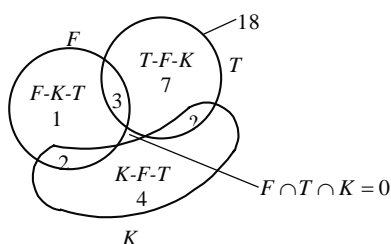


Tehát csak angolul 39, csak franciául 20, mindkét nyelven 21 tanuló beszél. (A az angolul tudók halmaza és F a franciául tudók halmaza.)

11. feladat: Egy sportegyesület 18 sportolója közül egy csak futballozik, 4 csak kosárlabdázik és 7 csak teniszezik. 2 futballozik és kosárlabdázik is, 3 futballozik és teniszezik is, de egyik sem gyakorolja mindhárom sportágat.

- Hányan gyakorolják egy időben a kosárlabdát és a teniszt is?
- Hányan gyakorolják csak a teniszt, csak a kosárlabdát és csak a futballt?

Megoldás:



Legyen a F futballozók halmaza, T a teniszezők halmaza és K a kosárlabdázók halmaza.

Mivel $|F - T - K| = 1$, $|K - F - T| = 4$, $|T - F - K| = 7$, $|F \cap T| = 3$, $|F \cap K| = 2$, $|F \cap T \cap K| = 0$, $|F \cup T \cup K| = 18$.

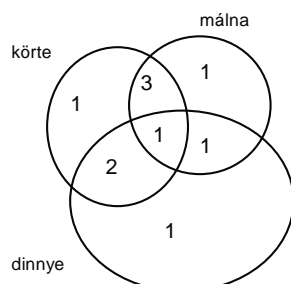
Mivel $|F \cup T \cup K| = |F - T - K| + |T - F - K| + |K - F - T| + |F \cap T| + |F \cap K| + |T \cap K|$, ezért

$18 = 1 + 7 + 4 + 3 + 2 + |T \cap K| \Rightarrow |T \cap K| = 1$. Továbbá a diagram alapján:

$|T| = 7 + 3 + 1$; $|F| = 1 + 3 + 2 = 6$; $|K| = 4 + 2 + 1 = 7$.

12. feladat: Egy családban sok gyerek van. Közülük 7 szereti a körtét, 6 a málnát, 5 a dinnyét. 4 gyerek szereti a körtét és a málnát, 3 a körtét és a dinnyét, 2 a málnát és a dinnyét. Egyikük mindhárom gyümölcsöt szereti. Hány gyerek van ebben a családban?

Megoldás:



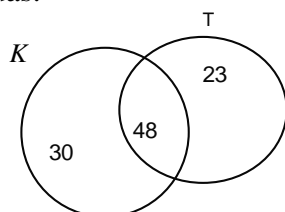
A családban összesen 10 gyermek van.

13. feladat: Egy vendéglátó vállalatnál felmérték a kávé- és a teafogyasztást, és a következő jelentést terjesztették elő:

- a) a válaszolók száma: 100 fő;
- b) közülük kávéfogyasztó: 78 fő;
- c) közülük teafogyasztó: 71 fő;
- d) közülük kávé- és teafogyasztó: 48 fő.

A jelentést hibásnak találták, így nem fogadták el. Miért?

Megoldás:



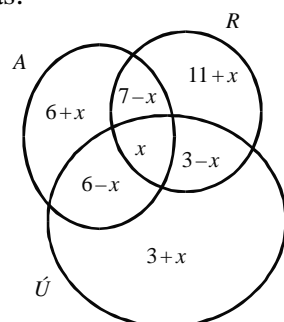
Legyen K a kávézók, illetve T a teázók halmaza. A jelentés hibás, ugyanis:

$$23 + 48 + 30 = 101 > 100.$$

14. feladat: Az osztályban 38 tanuló van. Mindenki űzi a következő sportágak valamelyikét: atlétika, röplabda, úszás. 19-en atlétizálnak, 21-en röplabdáznak, 12 tanuló úszik; 7 tanuló atlétizál és röplabdázik, 6 tanuló atlétizál és úszik, 3 tanuló röplabdázik és úszik.

Hány tanuló űzi mindhárom sportot?

Megoldás:



Legyen rendre A , R , U az atlétizálók, a röplabdázók, illetve az úszók halmaza. A feladat szövege alapján töltjük ki a megfelelő tartományokat, így a következő egyenleteket kapjuk:

$$(6+x) + (11+x) + (3+x) + (6-x) + (7-x) + (3-x) + x = 38$$

$$\Rightarrow x = 2.$$

Kitűzött feladatok

- 1) Egy osztály 23 tanulója közül 8-an felvételiztek matematikából, 6-an fizikából, 4 tanuló matematikából és fizikából is. Hányan nem felvételiztek egyik tárgyból sem?
- 2) Egy osztály 25 tanulója közül 13-an tanulnak angolul, 7-en németül és 3 tanuló mindkét nyelvet tanulja. Hány tanuló nem tanulja egyik nyelvet sem?
- 3) Egy osztály 34 tanulója dolgozatot ír matematikából. A dolgozatban 3 feladatot kellett megoldani. Az első feladatot 23-an, a másodikat 17-en, a harmadikat 18-an oldották meg hibátlanul. Az első és másodikat 10-en, a másodikat és harmadikat 7-en, az első és a harmadikat 18-an oldották meg hibátlanul. Mind három feladatot 7-en oldották meg. Hányan nem oldottak meg egy feladatot sem?
- 4) Egy osztály tanulói közül 15 szeret focizni, 12 kosarazni, 6 diák pedig mindkét sportot szereti. Hány tanulója van az osztálynak, ha 3-an egyik sportot sem kedvelik?
- 5) Egy matematikaversenyen két feladatot tűztek ki. Az első feladatot az indulók 80%-a, a másodikat pedig az indulók 40%-a oldotta meg. Minden résztvevő megoldott legalább egy feladatot, mindkét feladatot 2 tanuló oldotta meg. Hányan indulhattak a versenyen?
- 6) Egy sportegyesületnek 550 tagja van, a tagok 20 %-a kajakozik vagy kenuzik. A tagok közül 60-an kajakoznak, és 25-en mindkét sportot űzik. Hányan kenuznak?
- 7) Egy felmérésen a következő derült ki: 190-en szeretik a drámát, 200-an a krimi, és 220-an a vígjátékot. 100 fő a drámát és a krimi, 90 fő a drámát és a vígjátékot, 110 fő a krimi és a vígjátékot is szereti. 40-en mondták azt, hogy mindhármát kedvelik. Hányan szeretik valamelyik műfajt a megkérdezettek közül?
- 8) Egy zeneiskola egyik évfolyamán háromféle hangszeren tanulnak a diákok (mindenki tanul legalább egy hangszeren). Hegedülni 43-an, zongorázni 46-an, fuvolázni 33-an tanulnak. Három hangszeren senki sem tanul. Azok száma, akik pontosan két hangszeren játszanak 27, közülük hegedülni és zongorázni is tanulnak 9-en. Hányan tanulnak csak fuvolán? Hányan járnak erre az évfolyamra?
- 9) Ede focicsapatot szeretne alapítani. Felhívására sokan megjelentek a plakátokon meghirdetett gyűlésen. Amikor Ede megkérdezte a jelenlévőket, hogy kik játszottak már a különböző posztokon, kiderült, hogy korábban védőt 19-en, középpályást 20-an, csatárt 22-en játszottak. A további kérdésekből kiderült, hogy 10 fő játszott már védőt és középpályást, 9 fő csatárt és védőt, 11-en csatárt és középpályást. 4-en mindhárom poszton fociztak már. Hányan voltak ott az alakuló gyűlésen, ha Ede hozott magával 3 kapusjelöltet is?
- 10) Dávidnak 30 képregénye van. Közülük 14-ben szuperhősök, 9-ben járművek és 20-ban mesefigurák a főszereplők. Olyan képregénye nincs, melyben a három közül valamelyik ne szerepelne. 5 képregényben a mesefigurák járművekkel közlekednek, 3-ban a járművek szuperhősöket szállítanak. Csak egy olyan képregénye van, amelyben a főszereplő járművek szuperhősöket és mesefigurákat is szállítanak. Hány olyan képregénye van, amelyben a mesefigurák és a szuperhősök gyalog járnak?
- 11) Egy osztály 32 tanulója közül 8-an emelt matematikából, 6-an emelt fizikából, 4 tanuló emelt matematikából és emelt fizikából is érettségizik. Hányan nem érettségiztek egyik említett tantárgyból sem? Hányan tettek emelt érettségit csak az egyik tantárgyból? Hányan tettek emelt érettségit valamelyik tantárgyból?

- 12) Egy osztály létszáma 32. Az osztályban angolul és németül tanulnak, és mindenki tanul valamilyen nyelvet. Mindkét nyelvet huszonegyen tanulják. Bizonyítsa be, hogy az angolul és a németül tanuló diákok száma nem lehet egyenlő!
- 13) 30 tanuló indult matematika versenyen. Az első feladatot 19-en, a másodikat 15-en, a harmadikat 18-an oldották meg hibátlanul. Az első és a második feladatra 7-en, az első és a harmadik feladatra 9-en, a második és a harmadik feladatra 10-en adtak helyes megoldást. Mindhárom feladatot 3 tanuló oldotta meg jól. Hány tanulónak nem sikerült egy feladatot sem megoldani?
- 14) Egy matematika versenyen három feladatot tűztek ki. 56 versenyző volt, aki a feladatok közül legalább egyet megoldott, 2 versenyző mind a három feladatot megoldotta. Azok között akik a másodikat megoldották 10-zel többen oldották meg a harmadikat, mint az elsőt. Az elsőt és másodikat is megoldó versenyzők 2-vel többen voltak, mint akik csupán a harmadikat oldották meg. Aki megoldotta az elsőt és a harmadikat is, az a másodikat is megoldotta. Azok akik csak az első feladatot oldották meg, és csak a másodikat, összesen 14-en voltak. Hány versenyző oldotta meg a harmadik feladatot?
- 15) Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akinek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja!
- 16) Egy középiskolában 700 tanuló jár. Közülük 10% sportol, a két iskolai szakosztály közül legalább az egyikben. Az atlétika szakosztályban 36 tanuló sportol rendszeresen, és pontosan 22 olyan diák van, aki az atlétika és a kosárlabda szakosztály munkájában is részt vesz.
- a) Készítsen halmazábrát az iskola tanulóiról a feladat adatainak feltüntetésével!
- b) Hányan sportolnak a kosárlabda szakosztályban?
- 17) Egy osztály tanuló valamennyien vettek színházjegyet. Kétféle előadásra rendeltek jegyeket: az elsőre 18-at, a másodikra 24-et. 16 tanuló csak a második előadásra rendelt jegyet.
- a) Hány tanuló rendelt jegyet mindkét előadásra?
- b) Hány tanuló akart csak az első előadásra elmenni?
- c) Mennyi az osztály létszáma?
- 18) Egy atlétika szakosztályban a 100 m-es síkfutók, a 200 m-es síkfutók, és a váltófutók összesen 29 fős csoportjával egy atlétaedző foglalkozik. Mindegyik versenyző legalább egy versenyszámra készül. A 100 m-es síkfutók 15-en vannak; 7 versenyző viszont csak 100 méterre edz, 4 versenyző csak 200 méterre, 7 versenyző csak váltófutásra.
- a) Készítsen a feladatnak megfelelő halmazábrát!
- b) Azt is tudjuk, hogy bármelyik két futószámnak pontosan ugyanannyi közös tagja van. Mennyi ez a szám?
- c) Hányan gyakorolják mind a három sportot?
- 19) Egy rejtvényűségben egymás mellett két, szinte azonos rajz található, amelyek között 23 apró eltérés van. Ezek megtalálása a feladat. Először Ádám és Tamás nézték meg figyelmesen az ábrákat: Ádám 11, Tamás 15 eltérést talált, de csak 7 olyan volt, amelyet mindketten észrevettek.
- a) Hány olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre?
- Közben Enikő is elkezdte számolni az eltéréseket, de ő sem találta meg az összeset. Mindössze 4 olyan volt, amelyet mind a hárman megtaláltak. Egyeztetve kiderült, hogy az Enikő által bejelöltekből 6-ot Ádám is, 9-t Tamás is észrevett, és örömmel látták, hogy hárman együtt az összes eltérést megtalálták.
- b) A feladat szövege alapján töltsé ki a halmazábrát arról, hogy ki hányat talált meg!

- 20) Egy 36 főből álló csoporttal teszteltek három terméket, legyenek ezek A, B és C.
20 főnek tetszett legalább az A és a C termék, 8 legalább a B és C termék. Csak az A, illetve csak a B termék 2-2 tesztelőnek felelt meg. Az A vagy a B terméket viszont 29-en tartották jónak. A C termék szintén 29 embernek felelt meg.
Mindhárom termék csupán 3 embernek tetszett.
- a) Hány tesztelőnek tetszett pontosan két termék?
 - b) Hozzájuk képest többen vagy kevesebben voltak, akiknek csak egy termék volt jó?
 - c) Mennyien vannak azok, akiknek egyetlen termék sem volt megfelelő?
- 21) Egy osztálykiránduláson, amelyre 35 tanuló ment el, salátát rendelt vacsorára. A vacsora végén kiderült, hogy háromfélét ettek: gyümölcssalátát, kukoricasalátát, tonhalsalátát, és mindenki rendelt valamilyet a három közül. Kukoricasalátát 14-en, gyümölcssalátát 15-en, tonhal-salátát 13-an.
- Egy diák rendelt mindháromból.
 - A kukoricasalátát rendelők közül 11-en nem kértek gyümölcssalátát.
 - 9 olyan diák volt, aki sem, kukoricás sem, gyümölcssalátát nem evett.
 - A csak gyümölcssalátát rendelők eggyel többen voltak, mint a csak tonhalasat rendelők.
- a) Hány olyan tanuló volt, aki tonhalas és gyümölcssalátát is rendelt?
 - b) Hány olyan tanuló volt, aki csak kukoricás salátát rendelt?
- 22) Egy matematikai versenyen három feladatot tűztek ki, a 184 versenyző közül mindenki megoldott legalább egy feladatot. Az első példát 90, a másodikat 80, a harmadikat 50 induló oldotta meg helyesen, pontosan két jó feladatmegoldása 32 diáknak volt.
- a) Hány olyan versenyző volt, aki az első feladatot nem oldotta meg?
 - b) Hány olyan versenyző volt, aki mindhárom feladatot megoldotta?
 - c) Ha azt is tudjuk, hogy 60 olyan diák volt, aki csak az első, és 50 olyan diák volt, aki csak a második feladatot oldotta meg, akkor hányan voltak azok, akik csak a harmadik feladatot oldották meg?