

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 051

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$.

5p a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 1$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

5p c) Să se determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(e^x) + f(e^{x^2}) + \dots + f(e^{x^{2008}})}{x^{2008}}$.

2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^2 + 2x$ și $F(x) = e^x + \frac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p c) Să se calculeze aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$h(x) = \frac{f(x) - x^2 - 2x}{e^x + 1}, \text{ axa } Ox \text{ și dreptele de ecuații } x=0 \text{ și } x=1.$$