

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 031**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 \ln x$ .

5p a) Să se arate că  $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$ , oricare ar fi  $x \in (0, +\infty)$ .

5p b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{x \ln x}$ .

5p c) Să se demonstreze că  $f(x) \geq -\frac{1}{2e}$ , pentru orice  $x > 0$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definite prin  $f(x) = 1 + \ln x$  și  $g(x) = x \ln x$ .

5p a) Să se arate că  $g$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx$ .

5p c) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $g$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=1$  și  $x=e$ .