

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 087

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x - x$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x) = \ln x$ pentru orice $x > 0$.

5p **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția f este convexă pe $(0, +\infty)$.

2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n + 1$.

5p **a)** Să se determine $\int_1^x f_1(x) dx$, unde $x \in [0, 1]$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{f_1(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 \sqrt{f_n(x)} dx \leq \sqrt{2}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.