

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 066**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x+2}, & x \geq 0 \\ x + \frac{3}{2}, & x < 0 \end{cases}$ .

**5p** a) Să se studieze continuitatea funcției  $f$  în punctul  $x_0 = 0$ .

**5p** b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

**5p** c) Să se arate că  $f(x) \in \left[\frac{3}{2}, 2\right)$ , oricare ar fi  $x \in [0, \infty)$ .

**5p** 2. a) Să se calculeze  $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 2x} dx$ .

**5p** b) Să se demonstreze că  $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx \leq 1$ .

**5p** c) Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  și numerele reale pozitive  $a$ ,  $b$  și  $c$ . Să se

demonstreze că, dacă numerele  $\int_1^a f(x) dx$ ,  $\int_1^b f(x) dx$ ,  $\int_1^c f(x) dx$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice, atunci numerele  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.