

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 020**

**1.** Se consideră funcția  $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x+2}$ .

**5p**    **a)** Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in [0,1]$ .

**5p**    **b)** Să se verifice că  $f(0) + f'(0) = \frac{3}{4}$ .

**5p**    **c)** Să se demonstreze că  $\frac{3}{e} \leq \frac{1}{f(x)} \leq 2$ ,  $\forall x \in [0,1]$ .

**2.** Se consideră funcțiile  $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definite prin  $f(x) = e^{-x}$  și  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ .

**5p**    **a)** Să se arate că  $F(x) = -f(x) + 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

**5p**    **b)** Să se demonstreze că funcția  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = F(x) - f(x)$  este concavă pe  $\mathbb{R}$ .

**5p**    **c)** Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x t f(t^2) dt$ .