

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 073**

1. Se consideră determinantul  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$  cu  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**5p**     a) Știind că  $a = -1$ ,  $b = 0$  și  $c = 1$ , să se calculeze determinantul  $\Delta$ .

**5p**     b) Să se arate că  $\Delta = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$ ,  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**5p**     c) Să se rezolve ecuația  $\begin{vmatrix} 2^x & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 1 \\ 1 & 1 & 2^x \end{vmatrix} = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

2. În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_5)$  se consideră submulțimea  $G = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_5) \mid \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} \\ \hat{2}\hat{y} & \hat{x} \end{pmatrix} \right\}$  și matricele

$$I_2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \text{ și } O_2 = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}.$$

**5p**     a) Să se arate că  $I_2 \in G$  și  $O_2 \in G$ .

**5p**     b) Să se arate că dacă  $A, B \in G$ , atunci  $A + B \in G$ .

**5p**     c) Să se verifice că mulțimea  $G$  împreună cu operația de adunare a matricelor este grup comutativ.