

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 100

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se arate că $-(n * (-n))$ este pătrat perfect pentru oricare $n \in \mathbb{N}$.
- 5p** b) Să se arate că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Să se studieze existența elementului neutru pe \mathbb{R} în raport cu legea „ $*$ ”.
- 5p** d) Să se rezolve în \mathbb{R} sistemul de ecuații $\begin{cases} x * y = 1 + xy \\ x * x = y \end{cases}$.
- 5p** e) Să se arate că orice element $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ este simetrizabil în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** f) Fie x_1 și x_2 soluțiile ecuației $\sqrt{x * x} = 1$. Să se arate că $x_1 * x_2 \in \mathbb{Z}$.