

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 045**

Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ ,  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .

- 5p** a) Pentru  $a = b = c = 1$ , să se calculeze  $A - 2I_3$ .
- 5p** b) Pentru  $a = b = c = 1$ , să se verifice egalitatea  $A^2 = 3A$ .
- 5p** c) Să se determine  $a, b \in \mathbb{Z}$ , pentru care  $\det(B) = 0$
- 5p** d) Să se arate că există o infinitate de triplete  $(a, b, c)$  pentru care matricea  $A$  nu este inversabilă.
- 5p** e) Să se arate că  $\det(A) = (c - 1)\det(B) + (a - 1)(b - 1)$ .
- 5p** f) Să se arate că există numere  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  pentru care  $\det(A) = 2008$ .